A FIRST COURSE IN LINEAR ALGEBRA

Exercise 1. RREF C18

$$
\begin{aligned}
x_1 + 2x_2 - 4x_3 - x_4 &= 32 \\
x_1 + 3x_2 - 7x_3 - x_5 &= 33 \\
x_1 + 2x_3 - 2x_4 + 3x_5 &= 22
\end{aligned}
$$

SOLUCION:

We row-reduce the augmented matrix of the system of equations,

Reduscamos las filas de la matriz aumentada del sistema de ecuaciones,

$$
\begin{pmatrix}
1 & 2 & -4 & -1 & 0 \\
1 & 3 & -7 & 0 & -1 \\
1 & 0 & 2 & -2 & 3
\end{pmatrix}
$$

With no leading 1 in the final column, we recognize the system as consistent ((⟨theorem|RCLS⟩)). Since the system is consistent, we compute the number of free variables as $n - r = 5 - 3 = 2$ (), and we see that columns 3 and 5 are not pivot columns, so x_3 and x_5 are free variables. We convert each row of the reduced row-echelon form of the matrix into an equation, and solve it for the lone dependent variable, as in expresdsion in the two free variables.

Sin el Uno principal en la columna final, reconocemos el sistema como consistente ((acronymref|theorem|RCLS)). Siempre que el sistema sea consistente, computamos los numeros de variables libres como $n - r = 5 - 3 = 2$ (), y miramos que la columna 3 y 5 no son el pivote de la columna, entonces x_3 y x_5 son variables libres. Convertimos cada fila de la forma escalonada reducida por filas de la matriz dentro de una ecuacion, y las solucionamos para para cada variable independiente, como en la expresion en las dos variables libres.

$$
\begin{aligned}
x_1 + 2x_3 + 5x_5 = 6 \quad &\rightarrow \quad x_1 = 6 - 2x_3 - 5x_5 \\
x_2 - 3x_3 - 2x_5 = 9 \quad &\rightarrow \quad x_2 = 9 + 3x_3 + 2x_5 \\
x_4 + x_5 = -8 \quad &\rightarrow \quad x_4 = -8 - x_5
\end{aligned}
$$

These expressions give us a convenient way to describe the solution set, S.

Esta Expresion nos proporciona una forma conveniente de describir la solucion del conjunto ,S.

$$
S = \left\{ \left. \begin{pmatrix} 6 - 2x_3 - 5x_5 \\ 9 + 3x_3 + 2x_5 \\ x_3 \\ -8 - x_5 \\ x_5 \end{pmatrix} \right| x_3, x_5 \epsilon \mathbb{C} \right\}
$$